

OSNOVI ELEKTRONIKE (13S041OE)

Predavanja (2 časa sedmično):

- prof. dr Milan Ponjavić (milan@el.etf.rs), kabinet 21 u paviljonu Rašović
- prof. dr Goran Savić (gsavic@etf.rs), kabinet 102d u glavnoj zgradi ETF-a

Računske vežbe (2 časa sedmično):

- as. Vasilije Nosović (vasilije@etf.bg.ac.rs), kabinet 902 u zgradi Lola
- as. Andrej Šavikin (sava@etf.bg.ac.rs), kabinet 902 u zgradi Lola

Termini za konsultacije:

- po dogovoru putem mail-a
- grupne konsultacije - nekoliko dana pre kolokvijuma i nekoliko dana pre ispita u januarskom ispitnom roku

Predispitne obaveze:

- laboratorijske vežbe (ukupno 3 vežbe) - obavezne, uslov za izlazak na ispit; rade se u parovima prema rasporedu koji će biti blagovremeno objavljen; dozvoljena je zamena termina između studenata (nije je potrebno unapred najavljivati, već je dovoljno u samoj laboratoriji pred početak laboratorijske vežbe o tome obavestiti dežurnog asistenta); uputstva i prateći materijali za laboratorijske vežbe se mogu preuzeti sa sajta predmeta; odštampana uputstva za laboratorijske vežbe je potrebno doneti na same vežbe, kako bi se u njih upisali rezultati dobijeni merenjima i simulacijama (što ujedno predstavlja i izveštaj sa laboratorijskih vežbi koji svaki od parova predaje po završetku istih)
- kolokvijumi - nisu obavezni, izgubljeni poeni se mogu nadoknaditi na ispitu
- domaći zadaci - nisu obavezni, ali se izgubljeni poeni ne mogu nadoknaditi na ispitu

Priprema ispita:

- časovi predavanja i računskih vežbi
- materijali za predavanja i računске vežbe sa sajta predmeta (<http://tnt.etf.bg.ac.rs/~si1oe/>)
- prof. dr Miodrag Popović, prof. dr Milan Ponjavić, "Osnovi analogne elektronike za studente računarskih usmerenja", Beograd, 2020.
- Goran Savić, Milan Ponjavić, "Zbirka rešenih ispitnih zadataka iz Osnova elektronike - za studente Odseka za Softversko inženjerstvo", Beograd, 2022.
- zadaci za samostalni rad sa sajta predmeta (<http://tnt.etf.bg.ac.rs/~si1oe/>)
- zadaci sa dosadašnjih ispita i kolokvijuma (<http://tnt.etf.bg.ac.rs/~si1oe/>)

Čime se bavi elektronika?

- Proučavanje i konstrukcija komponenti kojima se kontroliše tok električnih signala (informacija) **ili proizvoda (električne energije)**
- Povezivanje takvih komponenti u složena kola koja ostvaruju zadatu funkciju.

Električna struja

Struja je jedan od osnovnih pojmova u elektrotehnici i predstavlja meru količine elektriciteta koja se pomerila u jedinici vremena. Jedinica je Amper (A) i predstavlja pomeraj od 1 C/s. Uobičajena oznaka za struju je I ili i .

Pozitivna struja odgovara kretanju pozitivnog naelektrisanja.

Prosečna (srednja) struja:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Trenutna struja:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Elektrotehnički materijali

- Elektronska struktura
- Moguće pokretanje elektrona- formiranja struje kroz materijal
- Mere lakoće pokretanja elektrona – specifična provodnost i specifična otpornost
- Materijali sa velikom specifičnom provodnošću- provodni materijali (Ag, Au, Cu, Al, karakteristike)
- Materijali sa malom specifičnom provodnošću- neprovodni materijali (staklo, guma, plastika)
- Materijali koji pod određenim uslovima mogu da provodni ili neprovodni – poluprovodnici (Si, Ge, karakteristike)
- Efekat superprovodnosti

Elementi električnog kola i pojam električnog kola

Provodnik (žica, kabal)

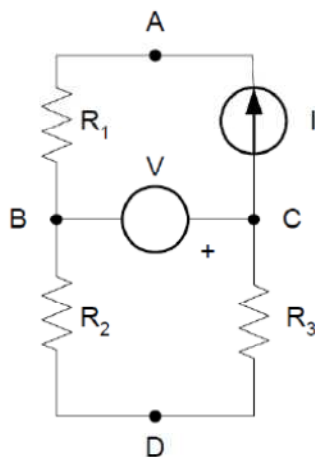
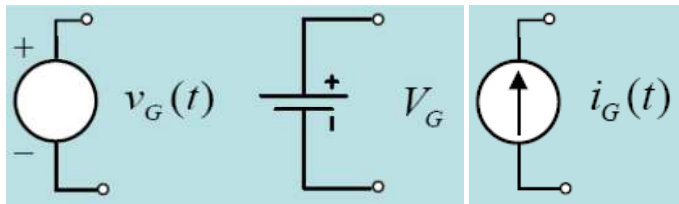
- Fizička realizacija: bakarni ili aluminijumski kabal
- U prvoj (i najčešće jedinoj) aproksimaciji se zanemaruje specifična otpornost ($\rho \rightarrow 0$, $R \rightarrow 0$)

Otpornik

- Komponenta koja je definisana sa više fizičkih veličina. Osnovne veličine su:
- otpornost $R[\Omega]$
- provodnost $G=1/R$ [S]
- Simboli: 

Električni generator

Komponenta koja putem neelektričnih sila prouzrokuje kretanje naelektrisanja ako je povezana u kolo.



- Električno kolo predstavlja interkonekciju dva ili više elemenata.
- Povezivanje elemenata se vrši provodnicima
- Crtež električnog kola se zove električna šema

Intuitivna definicija čvorova i grana

- **čvor** je mesto gde se spajaju najmanje 3 grane
- **grana** je veza elemenata između 2 čvora

Koji su čvorovi i grane datog kola?
Koji su potencijali datog kola?
Koji su naponi u datom kolu?

- Ako su elementi električnog kola linearni onda je kolo linearno, ako postoji bar jedan nelinearan element, onda je kolo nelinearno
- Ako su svi naponi i struje u kolu vremenski nepromenljivi posle dovoljno vremena nakon uključenja, kaže se da je kolo jednosmerno

• **Petlja** ma koji zatvoreni put kroz kolo kod koga se kroz jedan čvor može proći samo jednom (ACBA, BCDB, ACDBA)

Kontura petlja koja ne sadrži u sebi neku drugu petlju (ACBA, BCDB)

• Konturama i petljama se dodeljuje referentna orijentacija

Fizičke veličine sa relativnom diferencijalnom metrikom

- Rastojanje po X osi u pravougaonom koordinatnom sistemu

$$x_A = 30km$$

$$x_B = 10km$$

$$x_{AB} = x_A - x_B = 20km$$

- Potencijal tačke u električnom kolu

$$v(t), V, \varphi \quad [V]$$

- Tačke se nalaze na provodnicima
- Sve tačke na istom provodniku su na istom potencijalu
- Čvor je tačka

Potencijali električnog kola

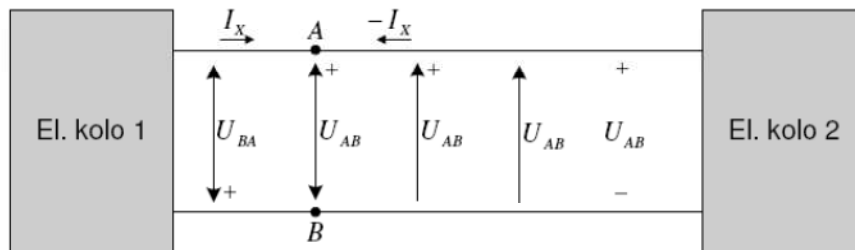
- Usvoji ce tačka nultog potencijala – *Masa*
- Uobičajeno je da se kao tačka nultog potencijala fizičkog kola smatra uzemljena tačka
- Tačka nultog potencijala se obeležava specijalnim simbolima
- Svi ostali potencijali su relativni
- Razlika potencijala između dve tačke je fizička veličina *Napon*

$$u(t), U, V \quad [V]$$

$$U_{AB} = V_A - V_B \qquad U_{AB} = -U_{BA}$$

Referentni smer i algebarska vrednost napona i struje

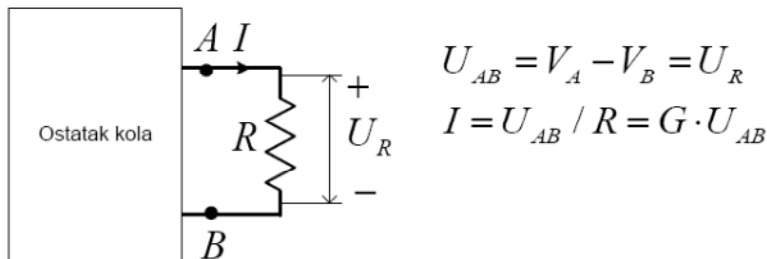
- i struja i napon se definišu preko referentnog smera i algebarske vrednosti



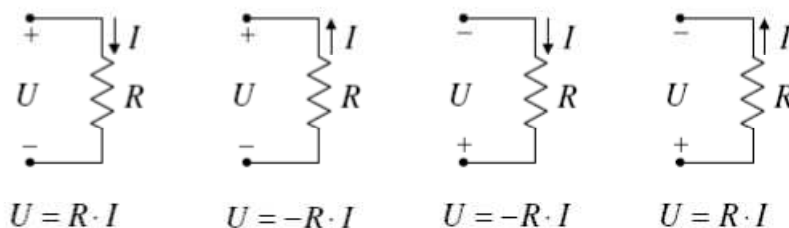
- potencijal tačke A je V_A ; potencijal tačke B je V_B
- napon između tačaka A i B je razlika potencijala $U_{AB} = V_A - V_B$
- $U_{BA} = V_B - V_A = -U_{AB}$

Omov zakon

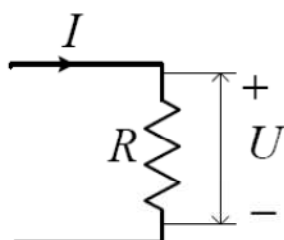
Ako je otpornik povezan za dve različite tačke kola



- Referentni smerovi napona i struje su usaglašeni
- Referentni smerovi napona i struje su relativni
- Napon na otporniku = pad napona na otporniku
- Da li dva različita provodnika u kolu mogu da budu na istom potencijalu?
- Kolika je struja kroz otpornik koji je sa oba svoja kraja povezan na isti provodnik?
- Kolika je napon na otporniku koji je samo sa jednim svojim krajem povezan u kolo?



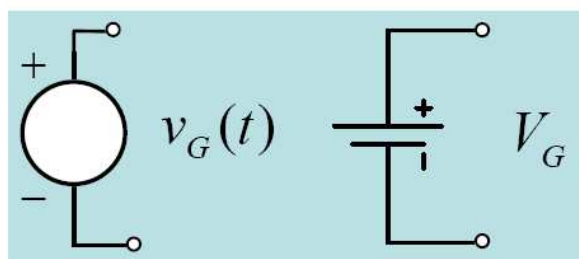
Džulov zakon



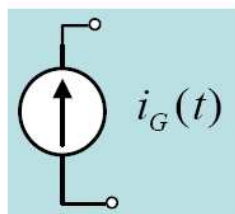
$$P = \frac{A}{\Delta t} = \frac{A}{\Delta q} \frac{\Delta q}{\Delta t} = U \cdot I = RI^2 = U^2 / R$$

Električni generatori

Idealni nezavisni naponski izvor održava napon između pristupa nezavisno od struje kroz njega. Vrednost napona nezavisnog naponskog izvora može biti konstantna (kao kod baterije), ili neka funkcija vremena $v(t)$.

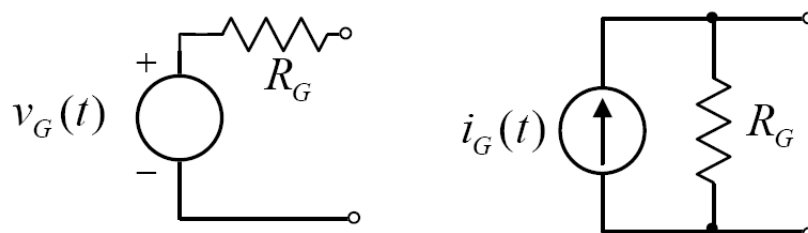


Idealni Nezavisni strujni izvor održava struju između pristupa nezavisno od napona između pristupa. Vrednost struje nezavisnog strujnog izvora može biti konstantna ili neka funkcija vremena $i(t)$.

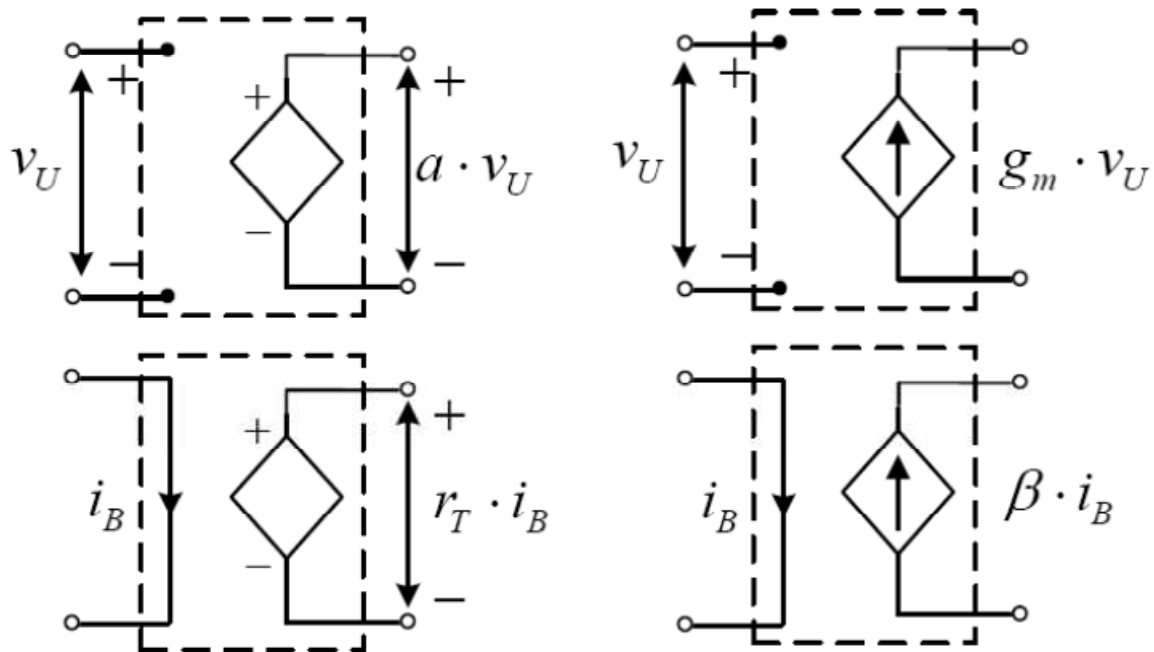


Idealni nezavisni strujni izvor.

- Realni naponski i strujni generator



kontrolisani generatori



3.3 Prvi (strujni) Kirhofov zakon

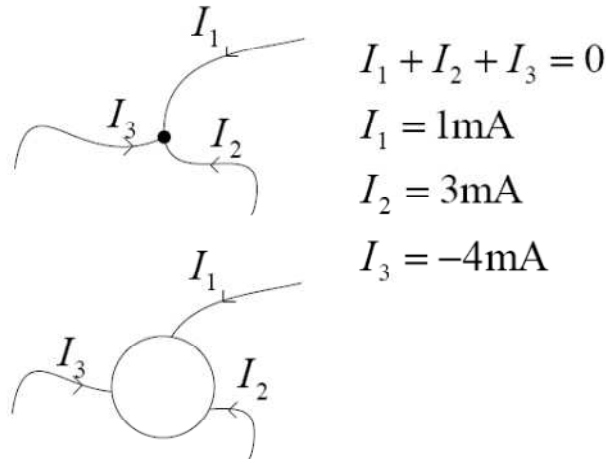
Nemački fizičar Gustav Kirhof je još sredinom 19. veka formulisao dva osnovna zakona koji opisuju ponašanje električnih kola. Prvi Kirhofov zakon se odnosi na struje u kolu i glasi: *Algebarska suma struja koje utiču u ma koji čvor kola jednaka je nuli.*

$$\sum_{j=1}^N I_j = 0 \quad (3.8)$$

gde je I_j struja j -te grane koja ulazi u čvor, dok je N broj grana koje ulaze u čvor. Po konvenciji se struje čija je referentna orijentacija ka čvoru uzimaju se sa pozitivnim predznakom, dok se struje čija je referentna orijentacija od čvora uzimaju sa negativnim predznakom.

Alternativna formulacija prvog Kirhofovog zakona glasi:

Suma struja koje utiču u ma koji čvor kola jednaka je sumi struja koje ističu iz istog čvora.

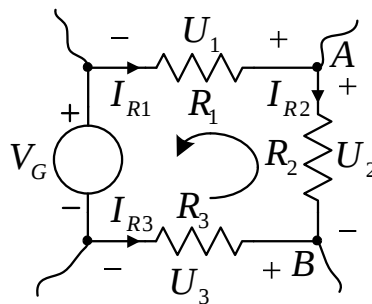


3.4 Drugi (naponski) Kirhofov zakon

Drugi Kirhofov zakon se odnosi na napone u kolu i glasi: *Algebarska suma napona u bilo kojoj petlji kola jednaka je nuli.*

$$\sum_{j=1}^N V_j = 0 \quad (3.9)$$

gde je V_j napon na j -toj grani petlje koja ima ukupno N grana. Po konvenciji se naponi na granama čija je referentna orijentacija suprotna orijentaciji petlje uzimaju sa negativnim predznakom, dok se naponi na granama čija je referentna orijentacija ista sa orijentacijom petlje uzimaju sa pozitivnim predznakom.



$$-V_G + U_3 + U_2 - U_1 = 0$$

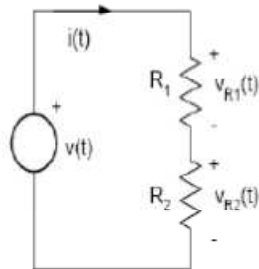
$$U_1 = -R_1 I_{R1} \quad U_2 = R_2 I_{R2} \quad U_3 = -R_3 I_{R3}$$

$$-V_G - R_3 I_{R3} + R_2 I_{R2} + R_1 I_{R1} = 0$$

$$U_{AB} = U_2 = -U_3 + V_G + U_1 = R_3 I_{R3} + V_G - R_1 I_{R1}$$

Naponski i strujni delitelji

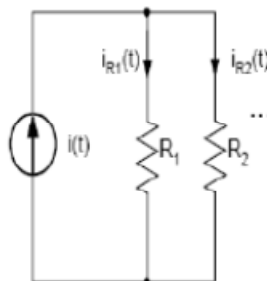
Delitelj napona:



Napon izvora $v(t)$ deli se između otpornika R_1 i R_2 u direktnoj srazmeri sa njihovim otpornostima.

$$v_{R_1}(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v(t), \quad v_{R_2}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v(t)$$

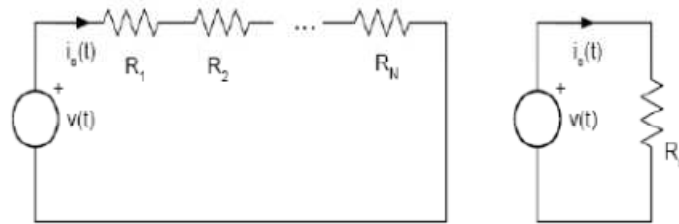
Delitelj struje



Struja izvora $i(t)$ deli se između otpornika R_1 i R_2 u obrnutoj srazmeri sa njihovim otpornostima.

$$i_{R_1}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t), \quad i_{R_2}(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t)$$

Serijska (redna) veza otpornika

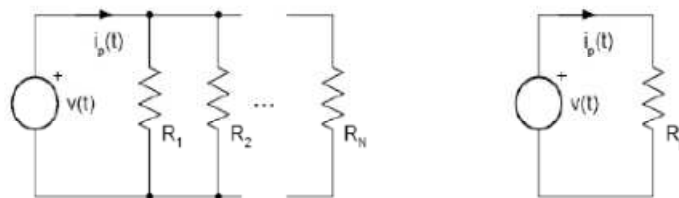


Na osnovu drugog Kirhofovog zakona dobija se:

$$R_s = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

odnosno, *ekvivalentna otpornost serijski vezanih otpornika jednaka je zbiru pojedinačnih otpornosti.*

Paralelna veza otpornika



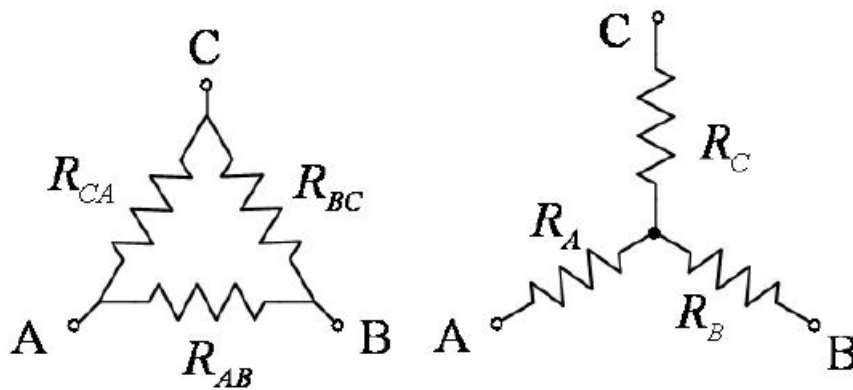
Na osnovu prvog Kirhofovog zakona dobija se:

$$G_p = G_1 + G_2 + \dots + G_N$$

odnosno, *ekvivalentna provodnost paralelno vezanih otpornika jednaka je zbiru pojedinačnih provodnosti.* Alternativni oblik prethodne jednačine je:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

Transformacija zvezda $\leftrightarrow$ trougao



$$R_A + R_B = R_{AB} \parallel (R_{BC} + R_{CA}) = \frac{R_{AB}(R_{BC} + R_{CA})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_A + R_C = R_{CA} \parallel (R_{BC} + R_{AB}) = \frac{R_{CA}(R_{BC} + R_{AB})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_B + R_C = R_{BC} \parallel (R_{AB} + R_{CA}) = \frac{R_{BC}(R_{AB} + R_{CA})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$2(R_A + R_B + R_C) = \frac{2(R_{AB}R_{BC} + R_{AB}R_{CA} + R_{CA}R_{BC})}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_A = \frac{R_{AB}R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB}R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_C = \frac{R_{BC}R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

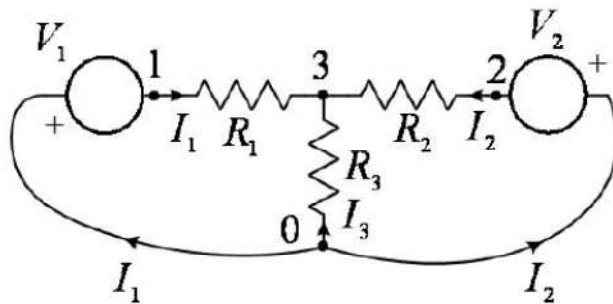
$$R_A R_{BC} = R_B R_{CA} = R_C R_{AB} \Rightarrow R_{CA} = R_{AB} \frac{R_C}{R_B}, R_{BC} = R_{AB} \frac{R_C}{R_A}$$

$$R_A = \frac{R_{AB} R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}} = \frac{R_{AB} R_{AB} \frac{R_C}{R_B}}{R_{AB} + R_{AB} \frac{R_C}{R_A} + R_{AB} \frac{R_C}{R_B}} =$$

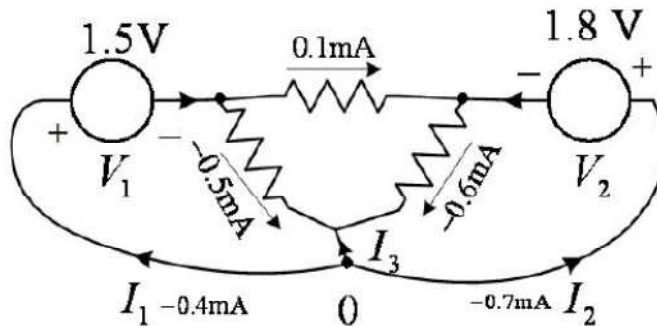
$$= \frac{R_{AB} \frac{R_C}{R_B}}{1 + \frac{R_C}{R_A} + \frac{R_C}{R_B}} = \frac{R_{AB} R_C R_A}{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C} \Rightarrow R_{AB} = R_A + R_B + \frac{R_A R_B}{R_C}$$

$$R_{BC} = R_B + R_C + \frac{R_B R_C}{R_A}, \quad R_{CA} = R_C + R_A + \frac{R_C R_A}{R_B}$$

Primer:



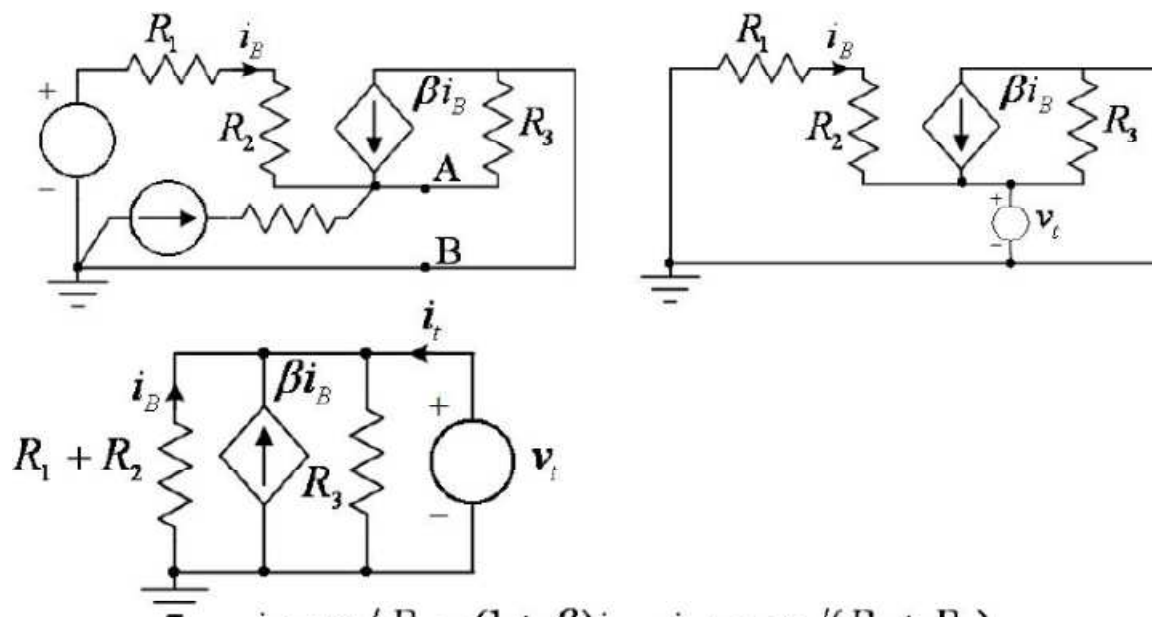
$$R_1 = R_2 = R_3 \Rightarrow R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3} = 3 \text{ k}\Omega = R_{02} = R_{10}$$



ODREĐIVANJE OTPORNOSTI IZMEĐU DVE TAČKE KADA POSTOJE KONTROLISANI GENERATORI

- Anuliraju se nezavisni generatori
 - između tačaka se poveže test generator v_t
 - izračuna se struja test generatora i_t
 - $r_e = v_t / i_t$
-
- Anuliraju se nezavisni generatori
 - između tačaka se poveže test generator i_t
 - izračuna se napon na test generatoru v_t
 - $r_e = v_t / i_t$

Primer:



$$i_t = v_t / R_3 - (1 + \beta)i_B, \quad i_B = -v_t / (R_1 + R_2)$$

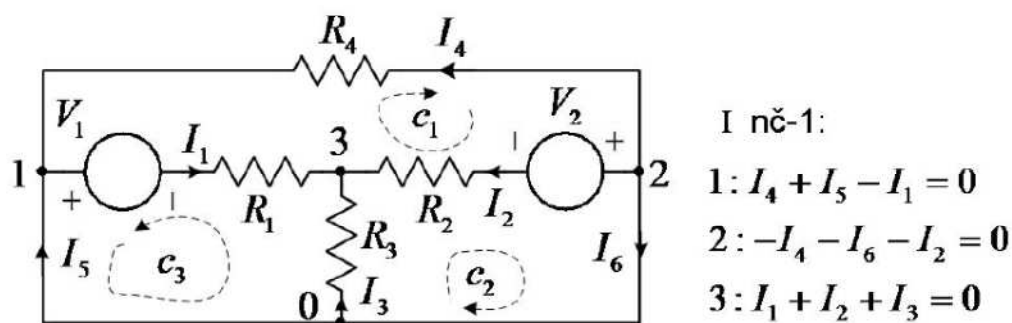
$$i_t = v_t / R_3 + v_t(1 + \beta) / (R_1 + R_2) = v_t / R_{AB}$$

$$1 / R_{AB} = 1 / R_3 + (1 + \beta) / (R_1 + R_2)$$

$$R_{AB} = R_3 \parallel \frac{R_1 + R_2}{1 + \beta}$$

Rešiti jednosmerno kolo primenom Kirhofovih zakona ako je

$$V_1 = 1.5\text{V}, V_2 = 1.8\text{V}, R_{1,2,3,4} = 1\text{k}\Omega$$



$$\text{II: } n_g - (n_{\check{c}} - 1) = 6 - 3 = 3$$

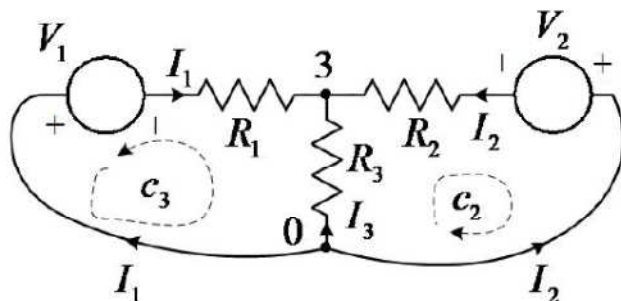
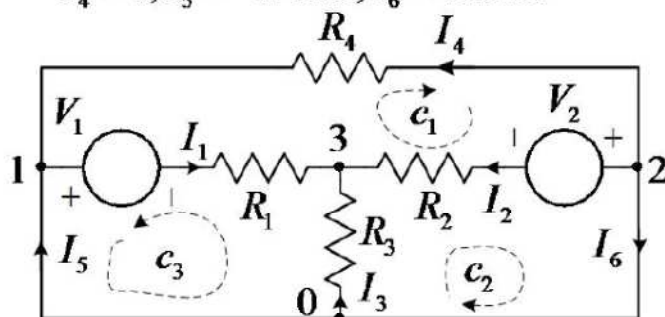
$$c1: V_2 + R_2 I_2 - R_1 I_1 - V_1 - R_4 I_4 = 0$$

$$c2: R_3 I_3 - R_2 I_2 - V_2 = 0$$

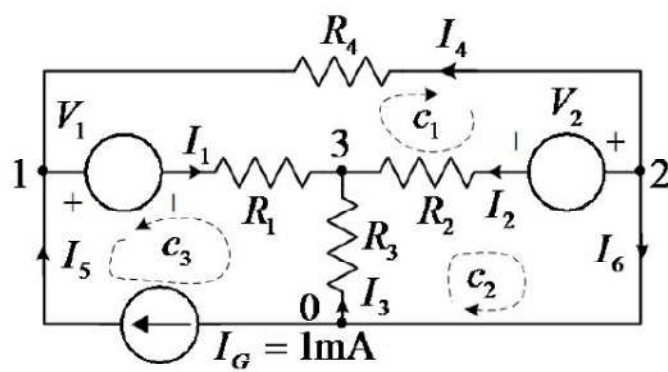
$$c3: R_3 I_3 - R_1 I_1 - V_1 = 0$$

$$I_1 = -0.4\text{mA}, I_2 = -0.7\text{mA}, I_3 = 1.1\text{mA},$$

$$I_4 = 0, I_5 = -0.4\text{mA}, I_6 = 0.7\text{mA}$$



Primer:



$I_5 = I_G$
 $c3$ ne treba

$I_1 = 0.00016, I_2 = -0.00098, I_3 = 0.00082,$
 $I_4 = -0.00084, I_6 = 0.00182$

Rešavanje kola metodom potencijala čvorova

- Primer kola sa $n_c = 4$ čvora
- Jedan čvor se izabere kao referentni (ima nulti potencijal), a ostalim čvorovima se pridruže potencijali V_1 , V_2 i V_3
- Napiše se sistem od $n_c - 1 = 3$ jednačine, sa 3 nepoznate:

$$G_{11}V_1 + G_{12}V_2 + G_{13}V_3 = I^{(1)}$$

$$G_{21}V_1 + G_{22}V_2 + G_{23}V_3 = I^{(2)}$$

$$G_{31}V_1 + G_{32}V_2 + G_{33}V_3 = I^{(3)}$$

pri čemu su:

V_1 , V_2 i V_3 - potencijali čvorova u kolu;

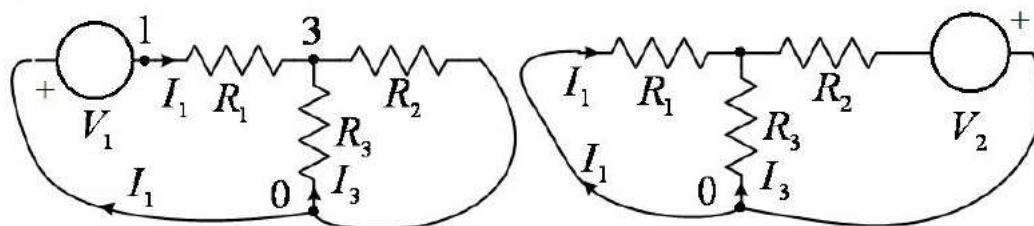
G_i ($i=1,2,3$) - zbir provodnosti grana koje se stiču u čvoru i ; uvek ima pozitivan predznak;

G_{ij} ($i \neq j$) ($i,j=1,2,3$) - zbir provodnosti grana koje direktno povezuju čvorove i, j ; uvek ima negativan predznak;

$I^{(i)}$ - suma struja strujnih generatora koji se stiču u čvoru i (sa pozitivnim predznakom ako je referentni smer struje usmeren ka čvoru, a u suprotnom sa negativnim predznakom), plus suma napona naponskih generatora (čije se grane stiču u čvoru i ; reč je o granama kola u kojima se nalazi redna veza idealnog naponskog generatora i otpornika) podeljenih sa otpornošću redno vezanom za te generatore (sa pozitivnim predznakom ako je „+“ u referentnom smeru naponskog generatora usmeren ka čvoru, a u suprotnom sa negativnim predznakom).

TEOREMA SUPERPOZICIJE

Jačina struje u svakoj grani linearne mreže jednaka je zbiru jačina struja koje bi u toj grani stvarali naponski i strujni generatori kada bi delovali pojedinačno. Ekvivalentna tvrdnja važi i za potencijale čvorova.



$$I_1' = \frac{-V_1}{R_1 + R_2 \parallel R_3} = -\frac{1.5\text{V}}{1.5\text{ k}\Omega} = -1\text{mA}$$

$$I_1'' = -\frac{V_A}{R_1} = -\frac{1}{R_1} \left(-V_2 \frac{R_1 \parallel R_3}{R_1 \parallel R_3 + R_2} \right) = \frac{1}{1\text{ k}\Omega} \left(V_2 \frac{0.5\text{ k}\Omega}{1.5\text{ k}\Omega} \right) = 0.6\text{mA}$$

$$I_1 = I_1' + I_1'' = -0.4\text{mA}$$

Za n nezavisnih izvora

$$I_{grane} = \sum_{k=1}^n I_{grane} \quad (k - \text{ti izvor aktivan a svi ostali anulirani})$$

$$V_{\check{vora}} = \sum_{k=1}^n V_{\check{vora}} \quad (k - \text{ti izvor aktivan a svi ostali anulirani})$$

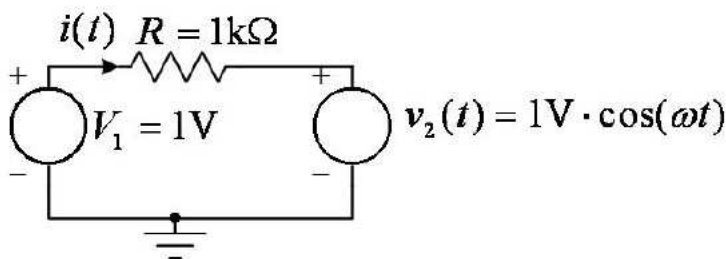
Izvor je anuliran (eliminisan) ako mu je vrednost postavljena na 0

Naponski izvor $\equiv$ kratak spoj

Strujni izvor $\equiv$ otvorena veza

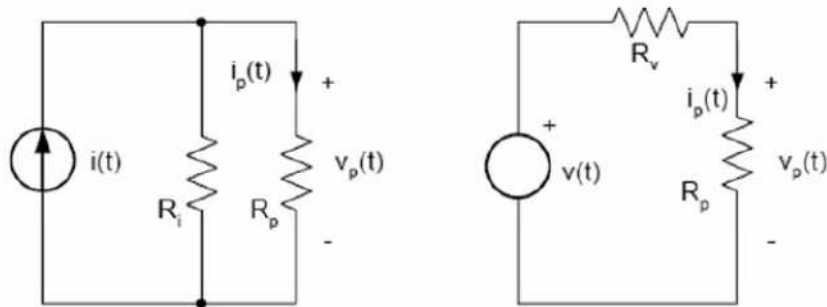
Važi za linearna kola i za sve vrste generatora

Primer:



$$\left. \begin{aligned} i'(t) &= V_1 / R \\ i''(t) &= -v_2(t) / R \end{aligned} \right\} i(t) = 1\text{mA} \cdot (1 - \cos(\omega t))$$

Transformacija izvora



$$v(t) = R_i i(t), \quad R_v = R_i$$

Tevenenova i Nortonova teorema

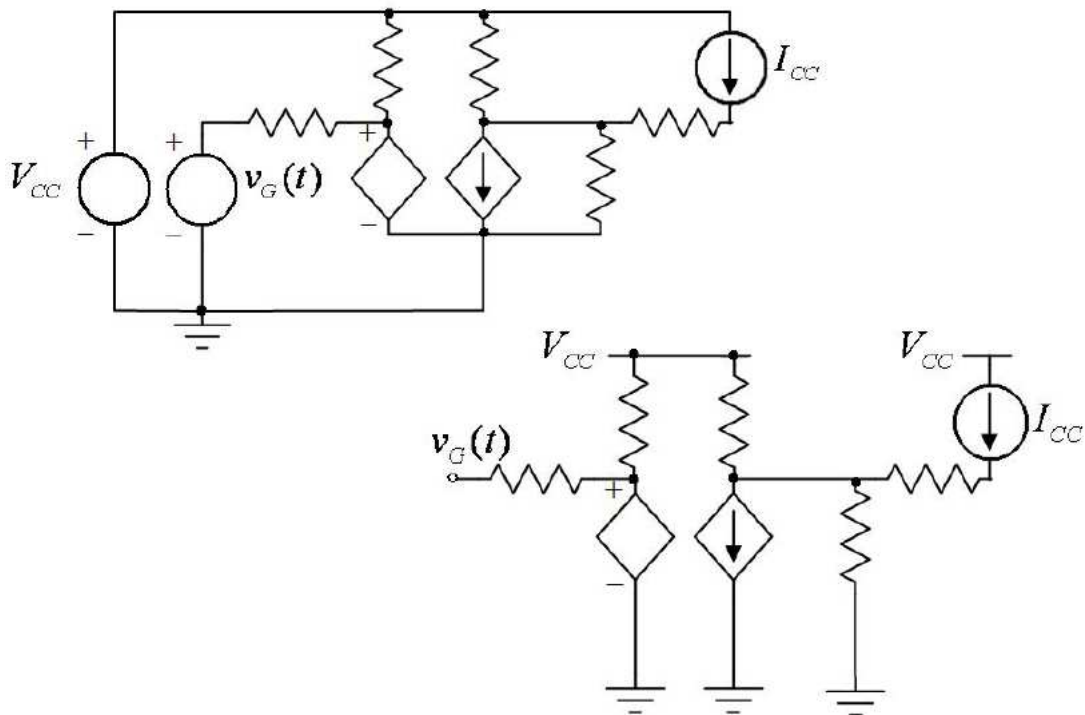
Tevenenova teorema:



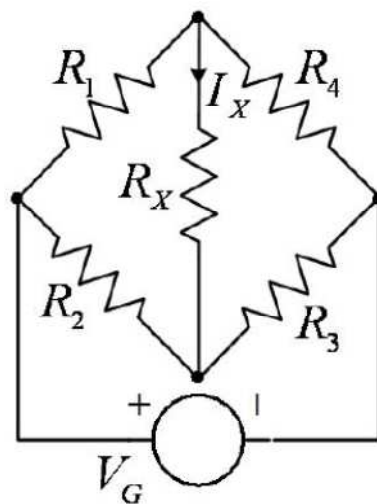
Nortonova teorema:



“Nepovezane šeme”

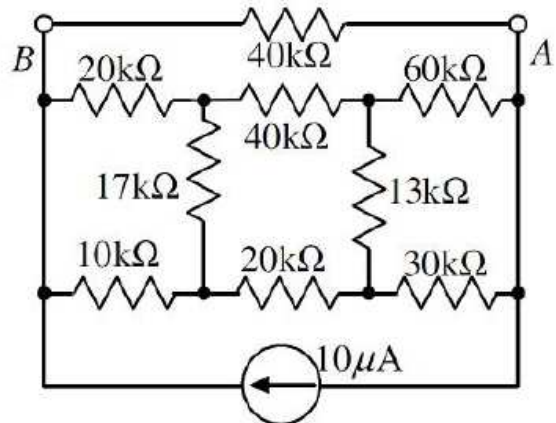


Primeri



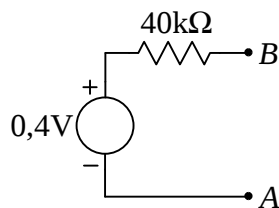
Za $\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \Rightarrow I_X = 0 \Rightarrow U_{R_X} = 0$, što znači da se otpornik R_X može zameniti otvorenom vezom ili kratkim spojem.

- a) Odrediti snagu koja se disipira na otpornicima od 17k i 13k u kolu sa slike.
 b) Odrediti ekvivalentni Tevenenov generator između tačaka A i B za kolo sa slike.



Rešenje:

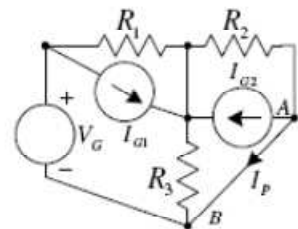
- a) Kroz otpornike 17kΩ i 13kΩ ne protiče struja, tako da se na njima ne disipira nikakva snaga.
 b) Tevenenov generator za deo kola ispod tačaka A i B (koji ne uključuje krajnji gornji otpornik od 40kΩ):



Primer:

1. U kolu sa slike moguće je metodom superpozicije odrediti struju I_3 kroz otpornik R_3 kao $I_3 = I_3' + I_3'' + I_3'''$, pri čemu je $I_3' = I_3(V_G \neq 0, I_{G1} = 0, I_{G2} = 0)$, $I_3'' = I_3(V_G = 0, I_{G1} \neq 0, I_{G2} = 0)$, $I_3''' = I_3(V_G = 0, I_{G1} = 0, I_{G2} \neq 0)$. Zbog linearnosti kola važi da je $I_3 = k_1 \cdot V_G + k_2 \cdot I_{G1} + k_3 \cdot I_{G2}$.

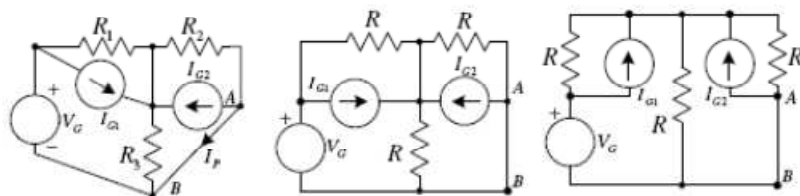
- a) [5] Dokazati da je $k_1 = I_3' / V_G$, $k_2 = I_3'' / I_{G1}$, $k_3 = I_3''' / I_{G2}$.
 b) [15] Ako su vrednosti svih otpornika 10kΩ, odrediti konstante k_1 , k_2 , k_3 .
 c) [5] Ako je $V_G = 3V$, $I_{G1} = 1mA \cdot \cos t$, a $I_{G2} = -1mA \cdot e^{t/5}$, odrediti $I_3(t)$.
 d) [5] Izračunati $I_3(0)$.
 e) [5] Odrediti Tevenenov generator između tačaka A i B.
 f) [5] Koristeći rezultat iz tačke e) izračunati struju $I_P(0)$.



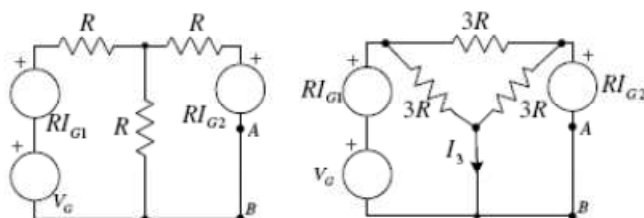
Rešenje:

1. a) Važi: $I_3 = k_1 \cdot V_G + k_2 \cdot I_{G1} + k_3 \cdot I_{G2}$. Ako se u prethodnu jednačinu zameni $k_1 = I_3' / V_G$, $k_2 = I_3'' / I_{G1}$, $k_3 = I_3''' / I_{G2}$ dobija se $I_3 = V_G \cdot I_3' / V_G + I_{G1} \cdot I_3'' / I_{G1} + I_{G2} \cdot I_3''' / I_{G2} = I_3' + I_3'' + I_3'''$

b) Ako se uzme u obzir da je $R_1 = R_2 = R_3 = R = 10k\Omega$, kolo može da se nacrtati na drugačiji način:



A zatim T teoremom i transformacijom zvezde u trougao:

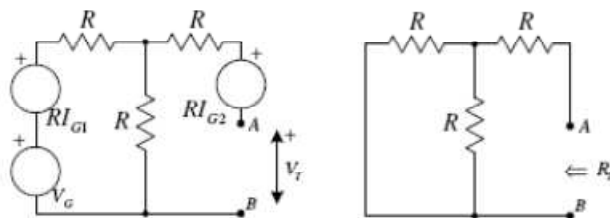


Sada je očigledno da je $I_3 = V_G / 3R + I_{G1} / 3 + I_{G2} / 3 \Rightarrow k_1 = 1 / 3R, k_2 = k_3 = 1 / 3$

c) $I_3(t) = k_1 \cdot V_G + k_2 \cdot I_{G1} + k_3 \cdot I_{G2} = 0.1mA + 0.33mA \cdot \cos t - 0.33mA e^{j\omega t}$

d) $I_3(0) = 0.1mA + 0.33mA - 0.33mA = 0.1mA$

e)



$V_T(t) = V_G / 2 + RI_{G1} / 2 - RI_{G2}$ $R_T = R + R \parallel R = R + R / 2 = 3R / 2$

f) $I_p(0) = V_T(0) / R_T = V_G(0) / 3R + I_{G1}(0) / 3 - 2I_{G2}(0) / 3 = 0.1mA + 1mA = 1.1mA$
 $\underbrace{I_{G2}(0) = -I_{G1}(0) = 3I_{G1}(0) / 3}$